

Traitement numérique du signal

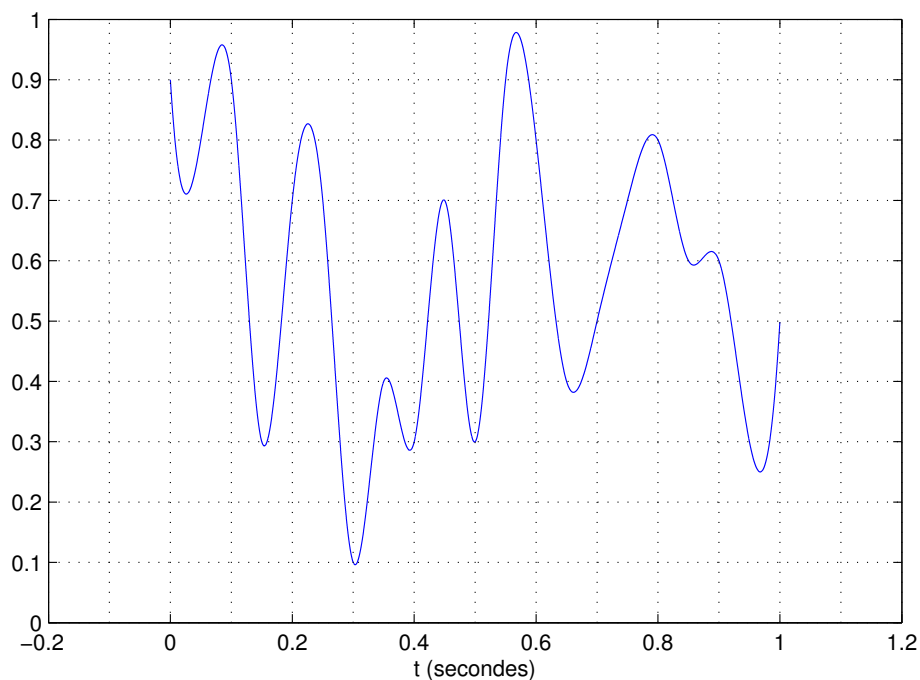
TD 2 : Conversion analogique/numérique

Université Paris 13, Institut Galilée, Ecole d'ingénieurs Sup Galilée
Parcours Informatique et Réseaux Alternance - 1^{ère} année

2017-2018

1 Echantillonnage et quantification

On considère le signal continu $x(t)$ suivant, défini pour $t \in [0, 1[$



1. Echantillonnage

- On souhaite échantillonner ce signal à $F_s = 5$ Hz. Donner les valeurs du signal discret x_n obtenu après échantillonnage.
- Même question pour $F_s = 10$ Hz.

2. Quantification

- On souhaite quantifier le signal sur $b = 2$ bits. Déterminer les intervalles de quantification ainsi que les valeurs possibles après quantification.
- Même question pour $b = 3$ bits.

3. Conversion analogique/numérique

- On souhaite échantillonner le signal à $F_s = 10$ Hz puis le quantifier sur $b = 3$ bits. Donner les valeurs du signal numérique x_n obtenu après cette conversion analogique/numérique.
- En supposant que chaque valeur quantifiée est associée à un message binaire croissant selon la valeur (ex : 000 pour la valeur la plus basse, 001 pour la suivante, ..., 111 pour la valeur la plus haute), donner le message binaire obtenu après conversion analogique/numérique.

2 Dirac et échantillonnage

Soit $x(t)$ un signal continu d'énergie finie, x_n le signal discret correspondant à la version échantillonnée de $x(t)$ avec une période d'échantillonnage T_s , et $\tilde{x}(t)$ défini par :

$$\tilde{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n \delta(t - nT_s)$$

On rappelle les deux propriétés fondamentales associées à la distribution de Dirac :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \quad x(t) \times \delta(t - t_0) = x(t_0) \delta(t - t_0)$$

1. Donner l'expression de x_n en fonction de $x(t)$, n et T_s
2. Représenter le signal $\tilde{x}(t)$ et en déduire que

$$\tilde{x}(t) = x(t) \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_s)$$

En déduire que l'échantillonnage peut être vu comme une multiplication par un peigne de Dirac.

3. Montrer que

$$|\tilde{x}(t)|^2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x_n|^2 \delta(t - nT_s)$$

En déduire que $\tilde{x}(t)$ et x_n ont la même énergie totale.

3 Conversion analogique/numérique d'un signal audio

Quelle est la fréquence d'échantillonnage minimale et le nombre de bits minimal que l'on doit utiliser pour numériser un signal audio, sachant que :

- L'oreille humaine perçoit les sons jusqu'à 20 kHz
- Un signal audio prend des valeurs comprises entre -1 et 1
- On veut une erreur de quantification maximale inférieure à 2.5×10^{-5}

Quel sera alors le débit minimal d'un tel signal (en kbits par seconde) ?

4 Vecteur temps

Sous MATLAB, pour créer un vecteur **y** ligne contenant toutes les valeurs entre **debut** et **fin** avec un pas de **pas**, on peut utiliser

```
y = debut:pas:fin;
% Exemples d'utilisation :
x1 = 0:0.1:1;    % Vecteur ligne 0, 0.1, 0.2, ...
x2 = 3:8;       % Vecteur ligne 3, 4, 5, ...
x3 = (0:5)'/2;  % Vecteur colonne 0 1/2 1, ...
```

Si la valeur de **pas** n'est pas spécifiée, MATLAB la fixe automatiquement à 1.

1. On considère un signal contenant N échantillons et échantillonné à une fréquence F_s . Ecrire son vecteur temps sous forme d'équation puis sous forme de commande MATLAB.
2. On souhaite enregistrer d secondes d'un signal échantillonné à une fréquence F_s . Ecrire son vecteur temps sous forme d'équation puis sous forme de commande MATLAB.