

Théorie du signal

Travaux Dirigés 1 : Modèles, propriétés et transformations des signaux

Université Paris 13, Institut Galilée, Ecole d'ingénieurs Sup Galilée
Parcours Télécommunications et Réseaux - 1^{ère} année

2019-2020

On rappelle les définitions suivantes

$$\text{tri}(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{si } -1 < t < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\frac{1}{2} < t < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{u}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Exercice 1

On considère le signal $x(t)$, qui est une version périodisée (de période $T = 2$) de la fonction triangulaire $\text{tri}(t)$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{tri}(t - kT)$$

1. Tracer le signal $x(t)$.
2. Le signal est-il à énergie finie ou à puissance finie ?
3. Calculer sa puissance moyenne totale P_x , sa valeur moyenne \bar{x} et sa variance $\text{var}(x)$
4. Le signal $x(t)$ est-il dérivable sur \mathbb{R} ? Calculer sa dérivée première $x'(t)$ au sens des distributions
5. Le signal $x(t)$ est-il deux fois dérivable sur \mathbb{R} ? Calculer sa dérivée seconde $x''(t)$ au sens des distributions

Exercice 2

On considère un signal $x(t)$ réel à support temporel borné $[a, b]$, de valeur moyenne \bar{x} sur $[a, b]$ et d'énergie totale E_x . On considère des réels A, t_0 et $T > 0$ et le signal

$$y(t) = Ax \left(\frac{t - t_0}{T} \right)$$

1. Le signal $y(t)$ est-il à énergie finie ?
2. Calculer l'énergie E_y du signal $y(t)$ en fonction de E_x
3. Quel est le support temporel du signal $y(t)$?
4. Calculer la valeur moyenne \bar{y} de $y(t)$ sur son support temporel en fonction de \bar{x}

Exercice 3

On considère le signal $x(t)$ défini par

$$x(t) = \text{rect} \left(t + \frac{1}{2} \right) + (1 - t) \text{rect} \left(t - \frac{1}{2} \right)$$

On définira $x(0) = 1$ (prolongement par continuité)

1. Tracer le signal $x(t)$.
2. Le signal est-il à énergie finie ou à puissance finie ?
3. Calculer son énergie totale E_x
4. Calculer sa valeur moyenne \bar{x} sur $[-1, 1]$
5. On considère le signal

$$y(t) = 3 x \left(\frac{t-1}{4} \right)$$

Tracer le signal $y(t)$, calculer son énergie totale E_y et sa valeur moyenne \bar{y} sur son support temporel.

6. Le signal $x(t)$ est-il continu sur \mathbb{R} ? Lister ses points de discontinuité.
7. Le signal $x(t)$ est-il dérivable sur \mathbb{R} ? Calculer la dérivée $x'(t)$ de $x(t)$ au sens des distributions.

Exercice 4

Calculer et tracer les signaux suivants :

$$x_1(t) = \text{rect}(t) * \text{rect} \left(\frac{t}{2} \right)$$

$$x_2(t) = \text{rect}(t) * u(t)$$

$$x_3(t) = \text{rect}(t) * \left[\delta(t-1) - 3\delta \left(t - \frac{1}{2} \right) + 2\delta(t+2) \right]$$