

# Communications numériques

## TD 5 : Modulations numériques

Université Paris 13, Institut Galilée, Ecole d'ingénieurs Sup Galilée  
Parcours Informatique et Réseaux Apprentissage - 2<sup>ème</sup> année

2017-2018

### 1 Puissance émise moyenne

1. Calculer l'énergie totale  $E_{h_e}$  d'un filtre NRZ, d'un filtre RZ et d'un filtre biphase Manchester (cf TD 2).
2. En pratique, on utilise des filtres normalisés sous la forme  $h'_e(t) = \frac{A}{\sqrt{E_{h_e}}} h_e(t)$ . Donner l'expression des filtres NRZ, RZ et biphase Manchester normalisés et calculer leur énergie totale.
3. On suppose dans la suite que l'on utilise des filtres normalisés. Calculer en fonction de  $A$  et du débit binaire  $D_b$  la puissance émise moyenne  $P_x$  (équivalente en bande de base) pour les modulations suivantes :
  - (a) OOK
  - (b) 2-ASK symétrique, 4-ASK symétrique, 8-ASK symétrique
  - (c) BPSK, QPSK, 8-PSK
  - (d) 4-QAM, 16-QAM

### 2 Amplitudes, phases, composantes en phase et en quadrature de phase

On considère le message binaire suivant que l'on veut transmettre en bande modulée avec un débit binaire  $D_b = 2$  bits/s et avec un filtre d'émission NRZ

d = 00101101010101110110

Tracer sur le document donné en annexe les signaux suivants:

1. L'amplitude de la porteuse avec une modulation 4-ASK.
2. La phase de la porteuse avec une modulation 4-PSK. On prendra l'approximation grossière  $\frac{\pi}{4} \approx 0.8$ .
3. La composante en phase et en quadrature de phase avec une modulation 4-PSK. On prendra l'approximation grossière  $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7$ .
4. L'amplitude et la phase de la porteuse avec une modulation 4-QAM.
5. La composante en phase et en quadrature de phase avec une modulation 16-QAM.

### 3 Démodulation

On rappelle la formule générale pour la modulation

$$e(t) = \text{Re} \{ (I(t) + jQ(t)) e^{2\pi j f_0 t} \}$$

On rappelle aussi les formules de trigonométrie suivantes :

$$\cos(2x) = 2 \cos^2(x) - 1 = 1 - 2 \sin^2(x)$$

$$\sin(2x) = 2 \cos(x) \sin(x)$$

1. Calculer  $e(t)$  en fonction de  $I(t)$  et  $Q(t)$
2. Calculer  $2 \cos(2\pi f_0 t)e(t)$  en fonction de  $I(t)$  et  $Q(t)$
3. Calculer  $-2 \sin(2\pi f_0 t)e(t)$  en fonction de  $I(t)$  et  $Q(t)$
4. On suppose que le canal est sans bruit. En déduire une méthode pour estimer  $I(t)$  et  $Q(t)$  à partir de  $r(t)$

## 4 Comparaison des modulations PSK

On cherche à comparer les propriétés des modulations BPSK, QPSK et 8-PSK sur une chaîne de transmission modulée utilisant pour l'émission un filtre NRZ.

1. Calculer pour chacune des modulations l'efficacité spectrale  $\eta = \frac{D_b}{B}$ .
2. Grâce aux courbes présentées en annexe, déterminer le rapport signal sur bruit (en décibels)  $SNR|_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_x}{N_0 B} \right)$  nécessaire pour obtenir un taux d'erreur binaire de  $10^{-6}$ .
3. A partir de ces deux observations, quel vous semble être le meilleur compromis parmi ces trois modulations?

## 5 Bande de fréquence utilisée

On considère une transmission modulée 16-QAM avec une porteuse  $f_0 = 1800$  Hz sur un canal BBAG, avec un bruit de densité spectrale  $\frac{N_0}{2}$  avec  $N_0 = 10^{-21.5}$  W/Hz. On suppose que l'on émet avec un débit binaire  $D_b = 9.6$  kbits/s et qu'on utilise pour la transmission un filtre en racine de cosinus surélevé de paramètre  $\beta = 0.3$  et d'énergie totale  $E_{h_e} = 4 \times 10^{-21}$  J.

1. Quelle est la bande de fréquence utilisée pour la transmission ?
2. Grâce aux courbes présentées en annexe, déterminer le taux d'erreur binaire théorique pour cette transmission.

## 6 Dimensionnement d'une transmission de flux vidéo

On considère la transmission modulée d'un flux vidéo TNT sur un canal de bande passante 542-550 MHz. Ce canal peut être vu comme un canal BBAG, avec un bruit de densité spectrale  $\frac{N_0}{2}$  avec  $N_0 = 10^{-21}$  W/Hz. La puissance émise moyenne est fixée à  $P_x|_{dB} = -120$  dB et on souhaite que le taux d'erreur binaire  $TEB$  soit inférieur à  $10^{-8}$ . On utilisera pour la transmission un filtre en racine de cosinus surélevé avec un paramètre  $\beta = \frac{1}{3}$ . Le but de l'exercice est de déterminer les paramètres de la modulation à utiliser pour transmettre avec un débit binaire  $D_b$  maximal.

1. Calculer la largeur de bande  $B$  du signal à synthétiser, ainsi que la fréquence  $f_0$  de la porteuse à utiliser.
2. Calculer en dB le rapport signal sur bruit  $SNR|_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_x}{N_0 B} \right)$  à l'entrée du récepteur.
3. Calculer l'efficacité spectrale  $\eta = \frac{D_b}{B}$  en fonction du nombre de symboles  $M$ .
4. Exprimer le rapport  $\frac{E_{bit}}{N_0}$  en fonction du rapport signal sur bruit  $SNR$  et de l'efficacité spectrale  $\eta$ . En déduire une relation entre le rapport  $\frac{E_{bit}}{N_0} \Big|_{dB}$  (en dB) et la valence  $M$ .
5. Grâce aux courbes présentées en annexe, trouver les modulations qui répondent aux spécifications. Laquelle permet d'avoir le débit binaire le plus élevé ? Quelle est la valeur de ce débit binaire ?

# Taux d'erreurs binaires pour les modulations ASK, PSK et QAM







